



Werkstoffübergreifendes Entwerfen und Konstruieren

Einwirkung Widerstand Tragwerk

Novák / Kuhlmann / Euler

Inhaltsverzeichnis

Dank	V
1 Motivation	1
1.1 Berufsbild der Bauingenieure	1
1.2 Entwurfsorientierung	2
1.3 Werkstoffübergreifendes Konstruieren und Bemessen	6
2 Anforderungen an Bauwerke	9
2.1 Einleitung	9
2.2 Tragfähigkeit	11
2.3 Gebrauchstauglichkeit	13
2.4 Gestaltung	16
2.5 Dauerhaftigkeit	17
2.6 Weitere Anforderungen	21
2.6.1 Vorbemerkung	21
2.6.2 Robustheit	21
2.6.3 Redundanz	23
2.6.4 Wirtschaftlichkeit	26
2.6.5 Umweltverträglichkeit	26
2.6.6 Nachhaltigkeit	26
3 Sicherheits- und Nachweiskonzept	29
3.1 Einleitung	29
3.2 Grundbegriffe	30
3.3 Zufälligkeit der Einwirkungen und Tragwiderstände	31
3.4 Sicherheitstheorie	33
3.4.1 E -Problem	33
3.4.1.1 Sicherheitsabstände	33
3.4.1.2 Versagenswahrscheinlichkeit	34
3.4.1.3 Sicherheitsindex	35
3.4.2 E - R -Problem	36
3.4.3 E_i - R_i -Problem	41
3.5 Eurocode – Europäische Regeln im Bauwesen	43
3.5.1 Einführung	43
3.5.2 Bemessungskonzept nach Eurocode	45
3.5.3 Vorgabe des Sicherheitsindex	48
3.5.4 Charakteristische Werte	49
3.5.4.1 Definition der charakteristischen Werte	49
3.5.4.2 Charakteristische Werte der direkten Einwirkungen	49
3.5.4.3 Charakteristische Werte der Baustoffeigenschaften	51
3.5.5 Teilsicherheitsbeiwerte	52
3.5.5.1 Aufgabe der Teilsicherheitsbeiwerte	52

3.5.5.2	Definition der Teilsicherheitsbeiwerte	53
3.5.5.3	Teilsicherheitsbeiwert der ständigen Einwirkungen	54
3.5.5.4	Teilsicherheitsbeiwerte der veränderlichen Einwirkungen und der Tragwiderstände	54
3.5.6	Bemessungsregeln	57
3.5.6.1	Allgemeines	57
3.5.6.2	Bemessungswerte der Beanspruchbarkeit	57
3.5.6.3	Bemessungswerte der Beanspruchungen	60
3.5.7	Kombinationsregeln	61
3.5.7.1	Kombinationsbeiwerte	61
3.5.7.2	Kombinationsregeln für den Grenzzustand der Tragfähigkeit	63
3.5.7.3	Kombinationsregeln für den Grenzzustand der Gebrauchs- tauglichkeit	65
4	Einwirkungen	71
4.1	Überblick	71
4.2	Ständige Einwirkungen	72
4.2.1	Allgemeines	72
4.2.2	Eigengewicht der Konstruktion	72
4.2.3	Erddruck	74
4.3	Veränderliche Einwirkungen	74
4.3.1	Allgemeines	74
4.3.2	Vertikale Nutzlasten für Hochbauten mit vorwiegend ruhenden Einwirkungen	76
4.3.2.1	Nutzlasten für Decken	76
4.3.2.2	Nutzlasten für Treppen und Balkone	78
4.3.2.3	Lastweiterleitung	78
4.3.3	Vertikale Nutzlasten für industriell genutzte Flächen	81
4.3.4	Vertikale Nutzlasten für Parkhäuser und Bereiche mit Fahrzeug- verkehr	82
4.3.5	Nutzlasten für Dächer	82
4.3.6	Horizontale Nutzlasten für Hochbauten	84
4.3.7	Windlasten	86
4.3.7.1	Einführung	86
4.3.7.2	Windeinwirkung auf nicht schwingungsanfällige Tragwerke	86
4.3.7.3	Böengeschwindigkeitsdruck	87
4.3.7.4	Höhenabhängiger Böengeschwindigkeitsdruck (genaues Verfahren)	91
4.3.7.5	Vereinfachter Böengeschwindigkeitsdruck	92
4.3.7.6	Aerodynamische Beiwerte c freistehender Baukörper	92
4.3.7.7	Verschattungs-/Verstärkungseffekte bei Baukörpergruppen	94
4.3.8	Schneelasten	103
4.3.8.1	Einführung	103
4.3.8.2	Charakteristische Schneelast s_k auf dem Boden	103
4.3.8.3	Charakteristische Schneelast s_i auf Dächern	103
4.3.8.4	Formbeiwerte μ_i für Dächer	103

4.3.8.5	Lasterhöhende Effekte	107
4.3.9	Eislasten	109
4.4	Außergewöhnliche Finwirkungen	110
4.5	Verformungseinwirkungen	110
5	Baustoffe, Verbundbaustoffe	111
5.1	Einleitung	111
5.1.1	Allgemeines	111
5.1.2	Definitionen	112
5.1.3	Modifikationen der Materialkennwerte	114
5.1.4	Ästhetische Wirkung von Baustoffen	116
5.2	Vollholz	119
5.2.1	Allgemeines	119
5.2.2	Erzeugnisse aus Vollholz	121
5.2.2.1	Rundholz	121
5.2.2.2	Bauschmitt Holz	121
5.2.2.3	Konstruktionsvollholz (KVH)	123
5.2.3	Dauerhaftigkeit	124
5.2.4	Festigkeits- und Formänderungsverhalten	126
5.2.5	Bemessungswerte der Baustoffeigenschaften	128
5.3	Brettschichtholz, Balkenschichtholz	139
5.3.1	Allgemeines	139
5.3.2	Erzeugnisse aus Brettschichtholz	140
5.3.3	Erzeugnisse aus Balkenschichtholz	140
5.3.4	Verbundsicherung	142
5.3.5	Dauerhaftigkeit	142
5.3.6	Baustoffeigenschaften von Brettschichtholz	142
5.3.7	Baustoffeigenschaften von Balkenschichtholz	144
5.4	Ausgewählte Holzwerkstoffe	144
5.4.1	Allgemeines	144
5.4.2	Festigkeits- und Formänderungsverhalten	148
5.5	Baustahl	148
5.5.1	Überblick	148
5.5.2	Erzeugnisse aus Baustahl	149
5.5.2.1	Allgemeines	149
5.5.2.2	Flachprodukte	149
5.5.2.3	Langprodukte	150
5.5.3	Stahlsorten	151
5.5.4	Dauerhaftigkeit	151
5.5.5	Festigkeits- und Formänderungsverhalten	154
5.5.6	Bemessungswerte der Baustoffeigenschaften	158
5.6	Betonstahl	165
5.6.1	Allgemeines	165
5.6.2	Erzeugnisse aus Betonstahl	165
5.6.2.1	Betonstabstahl	165

5.6.2.2	Betonstahlmatten	167
5.6.2.3	Gitterträger	168
5.6.3	Dauerhaftigkeit	169
5.6.4	Festigkeits- und Formänderungsverhalten	169
5.6.5	Bemessungswerte der Baustoffeigenschaften	169
5.7	Beton	171
5.7.1	Allgemeines	171
5.7.2	Betonarten	171
5.7.3	Festigkeits- und Formänderungsverhalten	172
5.7.4	Bemessungswerte der Baustoffeigenschaften	174
5.8	Stahlbeton	183
5.8.1	Allgemeines	183
5.8.2	Verbundsicherung	184
5.8.3	Dauerhaftigkeit	190
5.8.3.1	Grundsätzliches	190
5.8.3.2	Betondeckung	192
5.9	Mauerwerk	198
5.9.1	Allgemeines	198
5.9.2	Arten von Mauersteinen	198
5.9.3	Arten von Mauermörteln	201
5.9.4	Verbundsicherung	204
5.9.5	Festigkeits- und Formänderungsverhalten	206
5.9.6	Bemessungswerte der Baustoffeigenschaften	212
5.10	Verbundbauarten	220
5.10.1	Allgemeines	220
5.10.2	Stahl-Beton-Verbund	220
5.10.3	Holz-Beton-Verbund	221
6	Überblick zur Querschnittsbemessung	223
6.1	Einleitung	223
6.1.1	Einordnung der Querschnittsbemessung	223
6.1.2	Voraussetzungen	225
6.1.3	Vereinbarungen, Annahmen	225
6.2	Verfahren der Querschnittsbemessung	227
6.2.1	Elastische Querschnittsbemessung bei elastischer Tragwerks- berechnung (Elastisch-Elastisch)	227
6.2.2	Plastische Querschnittsbemessung bei elastischer Tragwerks- berechnung (Elastisch-Plastisch)	228
6.2.3	Plastische Querschnittsbemessung bei plastischer Tragwerks- berechnung (Plastisch-Plastisch)	229
6.3	Grenzen der Querschnittsbemessung	232
6.4	Querschnitte und Querschnittswerte	235
6.4.1	Einteilung der Querschnitte	235
6.4.2	Modifikation der Querschnittswerte	236

6.5	Zusammenhang von Tragwerksberechnung und Querschnittsbemessung	239
6.6	Baustoffspezifische Besonderheiten	241
6.6.1	Holzbau	241
6.6.2	Stahlbau	243
6.6.3	Stahlbetonbau	249
6.6.4	Stahl-Beton-Verbundbau	251
6.6.5	Mauerwerksbau	254
7	Elastische Querschnittsbemessung	255
7.1	Überblick zur Spannungsermittlung	255
7.2	Normalspannungen einteiliger Querschnitte	256
7.2.1	Normalkraft	256
7.2.2	Biegung gerader Stäbe mit/ohne Normalkraft	259
7.2.2.1	Einachsige Biegung ohne Normalkraft	259
7.2.2.2	Einachsige Biegung mit Normalkraft	261
7.2.2.3	Zweiachsige Biegung mit Normalkraft	261
7.2.2.4	Kräftepaaranalogie	263
7.2.3	Biegung gekrümmter Bauteile mit/ohne Normalkraft	267
7.2.4	Ausfall der Druckzone	268
7.2.5	Ausfall der Zugzone	270
7.3	Schubspannungen einteiliger Querschnitte aus Querkraft	275
7.3.1	Verbindung von Biegung und Schub	275
7.3.2	Schubfluss	276
7.3.3	Schubspannung	279
7.3.3.1	Schubspannungsformel	279
7.3.3.2	Schubspannungsverlauf	280
7.3.4	Offene dünnwandige Querschnitte	282
7.3.4.1	Allgemeines	282
7.3.4.2	Unsymmetrische Querschnitte	282
7.3.4.3	I-Profile	286
7.3.5	Geschlossene dünnwandige Querschnitte	286
7.3.6	Dickwandige Querschnitte	286
7.3.7	Einfluss der Schubverzerrungen	290
7.4	Scherspannungen aus Querkraft	292
7.5	Normalspannungen zusammengesetzter Querschnitte	293
7.5.1	Normalkraft	293
7.5.2	Biegung zusammengesetzter Querschnitte	297
7.5.3	Biegung bei starrem Verbund	298
7.5.4	Biegung bei Beachtung zeitabhängiger Einflüsse	302
7.5.5	Biegung bei nachgiebigem Verbund	306
7.5.5.1	Vorbemerkung	306
7.5.5.2	Schubanalogie	307
7.5.5.3	Teilschnittgrößen	310
7.5.5.4	Gedübelte Balken im Holzbau	311

7.5.5.5	Aufgelöste Stäbe	315
7.5.5.6	Nachgiebige Stege vollwandiger Querschnitte	315
7.5.5.7	Weitere Anwendungen	317
7.5.6	Teilweiser Ausfall der Zugzone	317
7.6	Schubspannungen zusammengesetzter Querschnitte aus Querkraft	317
7.7	Spannungen einteiliger Querschnitte aus Torsion	318
7.7.1	Allgemeines	318
7.7.2	Torsionsverformung und -beanspruchung	319
7.7.3	Torsionstheorien	321
7.7.4	Schubspannungen aus <i>St.-Venantscher</i> Torsion	322
7.7.4.1	Schnittgrößenermittlung	322
7.7.4.2	Torsionsverformungen	325
7.7.4.3	Spannungsermittlung für einfache Querschnitte	325
7.7.4.4	Spannungsermittlung für mehrzellige Querschnitte	325
7.7.5	Spannungen aus Wölbkrafttorsion	332
7.7.5.1	Schnittgrößenermittlung	332
7.7.5.2	Querschnittskennwerte	333
7.8	Spannungen zusammengesetzter Querschnitte aus <i>St.-Venantscher</i> Torsion	339
7.8.1	Überblick	339
7.8.2	Zusammengesetzte Querschnitte aus einem Baustoff	339
7.8.3	Zusammengesetzte Querschnitte aus zwei Baustoffen	340
7.8.4	Zusammengesetzte Querschnitte mit aufgelösten Wänden	341
7.9	Hauptspannungen	343
7.9.1	Vorbemerkung	343
7.9.2	Isotrope Baustoffe	344
7.9.3	Anisotrope Baustoffe	345
7.9.4	Trajektorien	345
7.10	Festigkeitshypothesen	347
7.10.1	Vorbemerkung	347
7.10.2	Normalspannungshypothese (NH)	348
7.10.3	Schubspannungshypothese (SH)	348
7.10.4	Hypothese von der Gestaltsänderungsarbeit (GEH)	349
7.10.5	Festigkeitshypothesen bei anisotropen Baustoffen	349
7.11	Elastische Querschnittsnachweise im Holzbau	351
7.11.1	Vorbemerkung	351
7.11.2	Normalspannungen aus Zug in Faserrichtung	351
7.11.3	Normalspannungen aus Zug unter einem Winkel zur Faser- richtung	354
7.11.4	Normalspannungen aus Druck in Faserrichtung (ohne Stabi- litätsgefahr)	355
7.11.5	Normalspannungen aus Druck quer zur Faserrichtung	356
7.11.6	Normalspannungen aus Druck unter einem Winkel zur Faser- richtung	359
7.11.7	Normalspannungen aus Biegung	361

7.11.8	Normalspannungen aus Biegung und Zug	362
7.11.9	Normalspannungen aus Biegung und Druck	362
7.11.10	Schubspannungen aus Querkraft	364
7.11.11	Schubspannungen aus Torsion	367
7.11.12	Schubspannungen aus Querkraft und Torsion	367
7.12	Elastische Querschnittsnachweise im Stahlbau	369
7.12.1	Vorbemerkung	369
7.12.2	Normalspannungen aus Zug	369
7.12.2.1	Ungeschwächte Querschnitte	369
7.12.2.2	Querschnitte mit Schwächungen	369
7.12.2.3	Querschnitte mit einseitiger Lasteinleitung	371
7.12.3	Normalspannungen aus Druck (ohne Stabilitätsgefahr)	375
7.12.4	Normalspannungen aus Biegung	376
7.12.5	Schubspannungen aus Querkraft	379
7.12.6	Torsionsspannungen	379
7.12.7	Kombinierte Beanspruchungen	381
7.13	Elastische Querschnittsnachweise im Stahl-Beton-Verbundbau	384
7.13.1	Vorbemerkung	384
7.13.2	Normalspannungen aus Normalkraft und Biegung (ohne Stabi- litätsgefahr)	386
7.13.3	Schubspannungen aus Querkraft	386
7.13.4	Kombinierte Beanspruchungen	387
7.14	Querschnittsnachweise im Mauerwerksbau	391
7.14.1	Überblick	391
7.14.2	Anwendungsgrenzen des vereinfachten Verfahrens	391
7.14.3	Normalspannungen aus Druck (ohne Stabilitätsgefahr)	393
7.14.3.1	Vereinfachtes Verfahren (ohne Stabilitätsgefahr)	393
7.14.3.2	Genauerer Verfahren (ohne Stabilitätsgefahr)	394
7.14.4	Normalspannungen aus Scheibenbiegung (ohne Stabilitätsgefahr)	395
7.14.5	Kombinierte Beanspruchung	397
7.14.6	Teilflächenpressung	398
7.14.7	Schubspannungen aus Scheibenschub	400
7.14.8	Schubspannungen aus Plattenschub	401
8	Plastische Querschnittsbemessung	405
8.1	Einleitung	405
8.2	Plastische Querschnittsnachweise im Holzbau	406
8.3	Plastische Querschnittsnachweise im Stahlbau	407
8.3.1	Allgemeines	407
8.3.2	Normalkraftbeanspruchung (ohne Stabilitätsgefahr)	407
8.3.3	Querkraftbeanspruchung	408
8.3.4	Biegebeanspruchung	409
8.3.5	Kombinierte Beanspruchungen	415
8.3.5.1	Vorbemerkung	415
8.3.5.2	Biegung und Normalkraft	416

8.3.5.3	Biegung und Querkraft	418
8.3.5.4	Querkraft und Normalkraft	422
8.3.5.5	Zweiachsiges Biegung mit/ohne Normalkraft	423
8.3.5.6	Querkraft und Torsion	423
8.3.5.7	Biegung, Querkraft und Normalkraft	426
8.3.5.8	Biegung und Torsion	426
8.4	Plastische Querschnittsnachweise im Stahlbetonbau	429
8.4.1	Allgemeines	429
8.4.2	Dehnungsbereiche für Stahlbetonquerschnitte	432
8.4.3	Biegebeanspruchung	433
8.4.3.1	Rechteckige Druckzone ohne Druckbewehrung	433
8.4.3.2	Bemessungshilfen bei rechteckiger Druckzone	441
8.4.3.3	Rechteckige Druckzone mit Druckbewehrung	447
8.4.3.4	Nicht-rechteckige Druckzone	451
8.4.3.5	Mindest-Längsbewehrung	457
8.4.4	Zugbeanspruchung	458
8.4.5	Druckbeanspruchung (ohne Stabilitätsgefahr)	458
8.4.6	Querkraftbeanspruchung	459
8.4.7	Querkraft – Querschnitte ohne Querkraftbewehrung	460
8.4.7.1	Anwendungsbereich	460
8.4.7.2	Tragmodell	460
8.4.7.3	Nachweisführung	462
8.4.8	Querkraft – Querschnitte mit Querkraftbewehrung	463
8.4.8.1	Überblick	463
8.4.8.2	Klassische Fachwerkanalogie	465
8.4.8.3	Erweiterte Fachwerkanalogie	465
8.4.8.4	Querschnitte mit Querkraftbewehrung rechtwinklig zur Stabachse	467
8.4.8.5	Bauteile mit geneigter Querkraftbewehrung	470
8.4.8.6	Maßgebende Querkräfte	472
8.4.8.7	Interaktion von Biegung und Querkraft	473
8.4.8.8	Konstruktive Hinweise zur Querkraftbewehrung	476
8.4.9	Torsionsbeanspruchung	478
8.4.9.1	Einführung	478
8.4.9.2	Druckstrebenversagen	482
8.4.9.3	Zugstrebenversagen	483
8.4.9.4	Konstruktive Hinweise zur Torsionsbewehrung	483
8.4.10	Kombinierte Beanspruchungen	486
8.4.10.1	Biegung und Normalkraft	486
8.4.10.2	Biegung mit/ohne Normalkraft und Torsion	490
8.4.10.3	Querkraft und Torsion	490
8.4.10.4	Biegung, Querkraft und Torsion	491
8.5	Plastische Querschnittsnachweise im Stahl-Beton-Verbund	492
8.5.1	Vorbemerkungen	492
8.5.2	Druckbeanspruchung (ohne Stabilitätsgefahr)	492
8.5.3	Zugbeanspruchung	495

8.5.4	Biegebeanspruchung	495
8.5.5	Querkraftbeanspruchung	500
8.5.6	Kombinierte Beanspruchungen	500
8.5.6.1	Biegung und Querkraft	500
8.5.6.2	Biegung und Normalkraft	501
9	Tragwerke des Hallen- und Geschossbaus	505
9.1	Einführung	505
9.1.1	Bauwerkstypen des Hochbaus	505
9.1.2	Allgemeine Entwurfsgrundsätze für Tragwerke von Hochbauten . . .	507
9.1.3	Entwerfen von Tragwerken	510
9.1.4	Tragwerksentwurf für Gebäude im Bauplanungsprozess	512
9.2	Allgemeine Entwurfsaspekte für Gebäude	516
9.2.1	Wärmeschutz	516
9.2.2	Brandschutz	519
9.2.3	Tageslichtversorgung	526
9.2.4	Bauwerksgliederung	529
9.2.5	Technische Gebäudeausrüstung	531
9.2.6	Baugrund	532
9.3	Hallenbauten	534
9.3.1	Tragwerke von Hallenbauten	534
9.3.2	Vertikallastabtragung bei Hallen	540
9.3.3	Horizontallastabtragung bei Hallen (Aussteifung)	540
9.3.4	Ausgewählte Entwurfsaspekte für Hallenbauten	549
9.3.4.1	Einführung	549
9.3.4.2	Offene Hallen	549
9.3.4.3	Baustoffwahl und Brandschutz	550
9.3.4.4	Hallen mit Kranbetrieb	550
9.3.4.5	Mehrschiffige Hallen	551
9.4	Geschossbauten	553
9.4.1	Tragwerke von Geschossbauten	553
9.4.2	Scheibenbauten	554
9.4.2.1	Wandtypen	554
9.4.2.2	Querwandsysteme	554
9.4.2.3	Längswandsysteme	554
9.4.2.4	Kreuzwandsysteme	554
9.4.3	Skelettbauten	556
9.4.3.1	Überblick	556
9.4.3.2	Längsträgersystem	556
9.4.3.3	Querträgersystem	556
9.4.3.4	Kombiniertes Längs-/Querträgersystem	556
9.4.3.5	Trägerloses System	558
9.4.4	Vertikallastabtragung bei Geschossbauten	558
9.4.5	Horizontallastabtragung bei Geschossbauten (Aussteifung)	561
9.4.6	Ausgewählte Entwurfsaspekte für Geschossbauten	561

9.4.6.1	Anordnung der Tragwerkselemente	561
9.4.6.2	Fassadenplanung, Wärmeschutz	562
9.4.6.3	Schallschutz	565
9.5	Grundlagen der Tragwerksberechnung	566
9.5.1	Einleitung	566
9.5.2	Stützweiten	566
9.5.3	Auflagertiefen	568
Anhang		569
Literaturverzeichnis		583
Stichwortverzeichnis		599



Eurocode 2 für Deutschland

Kommentierte Fassung

DIN EN 1992-1-1 Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1 Allgemeine Regeln für den Hochbau mit Nationalem Anhang.

Gemeinsam herausgegeben von: BVPI, DBV, ISB, VBI

■ Der Eurocode 2 „Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau“ (EC 2-1-1) wurde mit seinem Nationalem Anhang in einer ausführlichen Erprobungsphase getestet und verbessert und ist nun bereit zur bauaufsichtlichen Einführung in Deutschland.

Für die praktische Anwendung wird mit diesem Buch eine konsolidierte Normfassung vorgelegt: Diese besteht in dem berichtigten Eurocode 2-Text,

FRANK FINGERLOOS,
JOSEF HEGGER,
KONRAD ZILCH

Eurocode 2 für Deutschland

2011. 388 S., 360 Abb.,
80 Tab., Br.
€ 118,-*
ISBN 978-3-433-01878-1

der mit den nationalen Regelungen in den jeweiligen Absätzen, Gleichungen und Bildern verwoben wurde. Gleichzeitig wurden die Empfehlungen und Vorschläge, die für Deutschland nicht relevant sind, entfernt.

Zur Verbesserung des Gebrauchswertes sind alle nationalen Festlegungen, Änderungen und Ergänzungen farbig unterlegt. Ergänzende kurze Erläuterungen und Verweise in einer Randspalte erleichtern die Einarbeitung und die tägliche Handhabung.

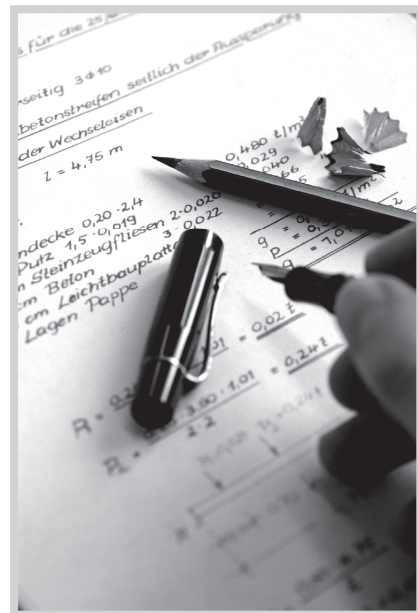
Ernst & Sohn
Verlag für Architektur und technische
Wissenschaften GmbH & Co. KG

Kundenservice: Wiley-VCH
Boschstraße 12
D-69469 Weinheim

Tel. +49 (0)6201 606-400
Fax +49 (0)6201 606-184
service@wiley-vch.de

Elastische Querschnittsbemessung

Im Mittelpunkt der elastischen Querschnittsbemessung stehen die Spannungsnachweise. Im ersten Teil dieses Kapitels werden baustoffübergreifend die Regeln zur Berechnung der Normalspannungen infolge Normalkraft und Biegung, der Schubspannungen infolge Querkraft, der Spannungen aus Torsion und die Festigkeitshypothesen bei kombinierter Beanspruchung vorgestellt. Die Darstellung unterscheidet dabei zwischen einteiligen und zusammengesetzten Querschnitten. Der zweite Teil dieses Kapitels widmet sich der ausführlichen Vorstellung der baustoffspezifischen Bemessungsregeln für die Durchführung der Spannungsnachweise. Durch gezielte Hintergrundinformationen und anschauliche Beispiele sollen die Bemessungsregeln verständlich werden.



7.1 Überblick zur Spannungsermittlung

Die Nachweisform der elastischen Querschnittsbemessung ist der Spannungsnachweis. Die folgenden Ausführungen zur Ermittlung von Normal- und Schubspannungen stellen eine verkürzte und sich auf das Wesentliche beschränkende Zusammenfassung der vorausgesetzten Grundkenntnisse aus der Festigkeitslehre dar. Bei der Darstellung wird zwischen einteiligen und zusammengesetzten Querschnitten unterschieden.

7.2 Normalspannungen einteiliger Querschnitte

7.2.1 Normalkraft

Spannungsermittlung. Die Berechnung der Normalspannungen σ_x infolge von Normalkräften setzt eine gerade Stabachse, einen mittigen Kraftangriff und bei Druckkräften eine ausreichende Dickwandigkeit der Bauteile voraus, so dass ein vorzeitiges Ausbeulen von einzelnen Querschnittsteilen ausgeschlossen werden kann, vgl. Bild 6.13. Es wird davon ausgegangen, dass sich die Normalspannungen gleichmäßig über jede beliebige, aber zur Stabachse senkrechten Querschnittsfläche verteilen.

$$\sigma_x = \frac{N}{A} \quad (7.1)$$

N Normalkraft
 A Querschnittsfläche

Neben den Normalspannungen σ_x , die auch als *Längsnormalspannungen* bezeichnet werden, können gelegentlich auch Normalspannungen σ_y, σ_z senkrecht zur Stabachse auftreten. Diese Normalspannungen werden je nach ihrer Art als *Querzug* oder *Querdruck* bezeichnet.

Pressungen. Normalspannungen infolge von Druckkräften auf eine Oberfläche werden als Pressungen bezeichnet. Pressungen treten typischerweise in Fugen zwischen Bauteilen oder in der sog. *Gründungsfuge*, der Aufstandsfläche der Gründungsbau- teile eines Bauwerks auf dem Baugrund, auf. Die in der Gründungsfuge auftretenden Pressungen werden *Bodenpressungen* oder *Sohldruckspannungen* genannt.

Querschnittsschwächungen. In Abs. 6.3 wurde bereits darauf hingewiesen, dass i. d. R. die Berücksichtigung der komplizierten Spannungs- und Dehnungsverhältnisse in den *St.-Venantschen D*-Bereichen nicht Gegenstand der Querschnittsbemessung sein kann. Bei Querschnittsschwächungen hingegen ist es relativ einfach, wenigstens ansatzweise die Spannungsdiskontinuitäten zu berücksichtigen. Man ermittelt in diesem Fall die Spannungen an dem um die Querschnittsschwächungen reduzierten Querschnitt, dem sog. *Nettoquerschnitt* A_{Netto} , siehe Bsp. 7-1.

$$A_{Netto} = A - \Delta A \quad (7.2)$$

A ungeschwächter Querschnitt, *Bruttoquerschnitt*
 A_{Netto} geschwächter Querschnitt, *Nettoquerschnitt*
 ΔA Querschnittsschwächung

Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass in vielen Fällen die Spannungsermittlung am Nettoquerschnitt eine für Bemessungszwecke ausreichende Näherung, jedoch keine exakte Berechnung darstellt. Nur in wenigen Ausnahmefällen, z. B. bei nicht vorwiegend ruhender Beanspruchung, ist eine exakte Spannungsermittlung in dem durch die Querschnittsschwächungen hervorgerufenen *D*-Bereich notwendig, vgl. Bsp. 7-2.

Beispiel 7-1 Nettoquerschnitt bei Drucknormalkraft

Ein Holzpfeiler ($12 \times 12 \text{ cm}$) wird auf einer Holzschwelle gelagert. Die Auflagerkraft beträgt $N = 15 \text{ kN}$. In Bild 7.1a erfolgt die Lagesicherung des Pfeilers gegen seitliches Verschieben zimmermannsmäßig durch einen sog. Zapfen (Breite der Zapfenaussparung in der Schwelle: $b = 4 \text{ cm}$) und in Bild 7.1b durch sog. Winkelverbinder. Die Längsnormalspannungen σ_x im Holzpfeiler sind zu berechnen.

Bild 7.1a. Um den Einbau zu erleichtern, wird die Länge des Zapfens i. d. R. kürzer ausgebildet als die Aussparung in der Schwelle. Dadurch berührt der Zapfen nicht den Grund der Aussparung und überträgt somit keine Kräfte. Die Aufstandsfläche des Pfeilers reduziert sich damit um die Größe der Zapfenaussparung ΔA .

$$\Delta A = 4 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 48 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Netto}} = A - \Delta A = 12 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} - 48 \text{ cm}^2 = 96 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{N}{A_{\text{Netto}}} \\ &= \frac{-15 \text{ kN}}{96 \text{ cm}^2} = -0,16 \text{ kN/cm}^2 = -1,6 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Bild 7.1b. Der Pfeiler steht hier auf der Schwelle mit seiner vollen Querschnittsfläche auf. Der druckübertragende Querschnitt erfährt keine Schwächung.

$$A_{\text{Netto}} = A = 12 \cdot 12 = 144 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{N}{A} \\ &= \frac{-15 \text{ kN}}{144 \text{ cm}^2} = -0,10 \text{ kN/cm}^2 = -1,0 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

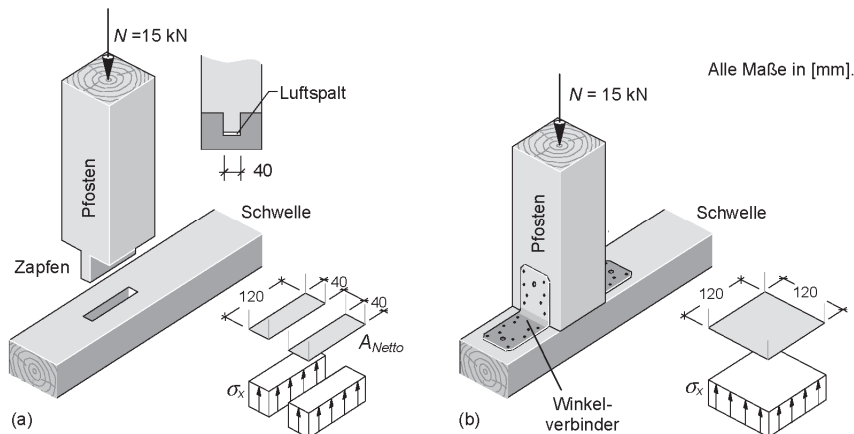


Bild 7.1 Lagesicherung eines Holzpfeilers auf einer Schwelle durch (a) Zapfung und (b) Blechformteile

Beispiel 7-2 Nettoquerschnitt bei Zugnormalkraft

Es soll die Spannung in dem mittleren Blech ($t = 8 \text{ mm}$) einer geschraubten Zugverbindung bestimmt werden, Bild 7.2a. Die Zugkraft beträgt $N = 20 \text{ kN}$. Das erwartete Versagen des Blechs in dem durch die Schraubenbohrung ($d_L = 13 \text{ mm}$) geschwächten Querschnitt wird in Bild 7.2b dargestellt.

Spannung im Nettoquerschnitt. Die Spannung im Nettoquerschnitt beträgt:

$$A_{\text{Netto}} = (b - d_L) \cdot t = (40 \text{ mm} - 13 \text{ mm}) \cdot 8 \text{ mm} = 216 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_x = \frac{N}{A_{\text{Netto}}} = \frac{20\,000 \text{ N}}{216 \text{ mm}^2} = 93 \text{ N/mm}^2 \text{ N/mm}^2$$

Bei der ermittelten Spannung σ_x handelt es sich um eine über den geschwächten Querschnitt gemittelte Spannung, Bild 7.2c.

Exakte Berechnung. Die im Querschnitt tatsächlich auftretende Spannungsspitze σ_{max} (Bild 7.2d) kann unter Zuhilfenahme von sog. *Spannungskonzentrationsfaktoren* K [215] ermittelt werden. Für das Beispiel ergibt sich nach Bild 7.2e:

$$r/b = 6,5/40 = 0,16 \rightarrow K \approx 2,52$$

$$\sigma_x = 93 \text{ N/mm}^2, \text{ s. o.}$$

$$\sigma_{\text{max}} = K \cdot \sigma_x = 2,52 \cdot 93 \text{ N/mm}^2 = 234 \text{ N/mm}^2$$

Es wird noch einmal hervorgehoben, dass nur in wenigen Ausnahmefällen die exakte Berechnung der Spannungsspitze σ_{max} erforderlich ist. In der Regel ist eine Ermittlung der gemittelten Spannungen σ_x ausreichend.

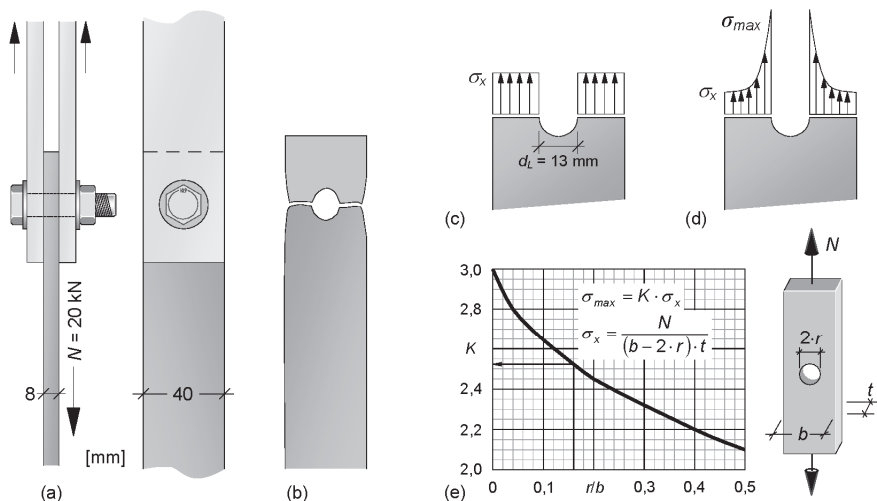


Bild 7.2 (a) Geschraubte Zugverbindung, (b) Versagen des mittleren Bleches, (c) gemittelte und (d) exakte Spannungsverteilung, (e) Spannungskonzentrationsfaktoren [215]

7.2.2 Biegung gerader Stäbe mit/ohne Normalkraft

7.2.2.1 Einachsige Biegung ohne Normalkraft

Bei alleiniger Wirkung eines Biegemoments ohne zusätzliche Normalkraft spricht man von *reiner Biegung*. Zur Berechnung der dabei im Bauteil hervorgerufenen Spannungen werden die komplizierten Beziehungen der Elastizitätstheorie durch mehrere Vereinfachungen in die praxistauglichen Formeln der technischen Biegelehre (*Naviersche Biegelehre*) überführt. Folgende vereinfachende Annahmen werden zugrundegelegt:

Stabförmige Bauteile. Es werden nur stabförmige Bauteile mit gerader Stabachse und keine scheibenförmigen Bauteile betrachtet. Die Querschnittsabmessungen b, h der Bauteile sind gegenüber deren Länge l von untergeordneter Größe. Als Faustregel gilt: $b, h \leq l/10$, Bilder 7.3a und e.

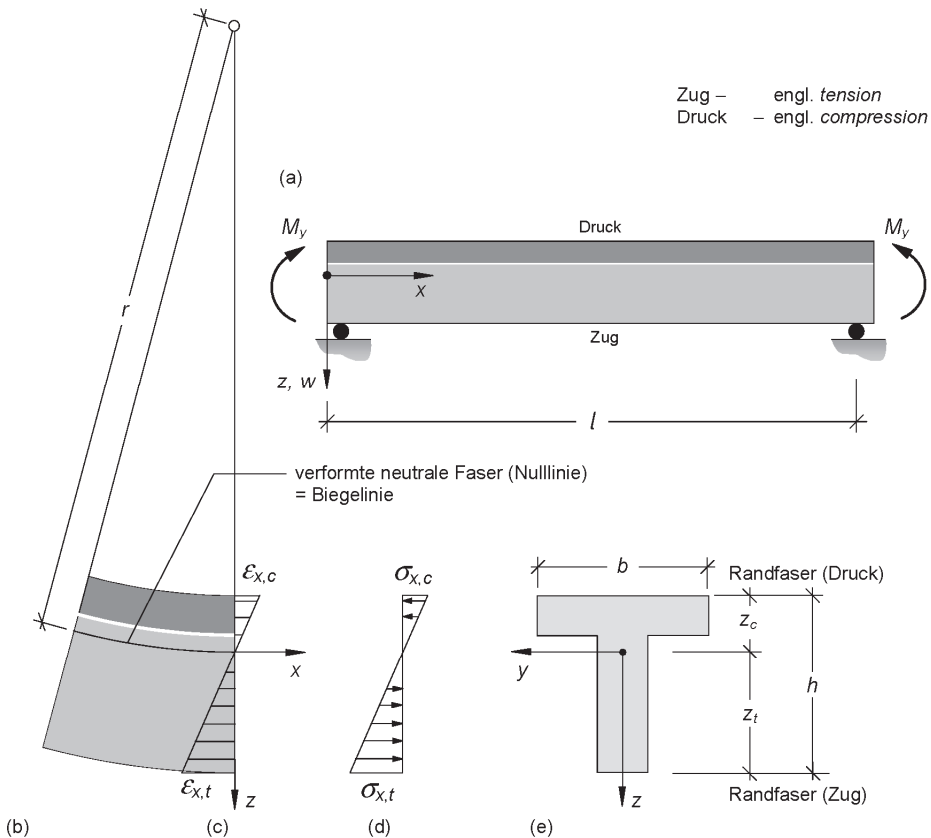


Bild 7.3 (a) Stab mit reiner Biegung, (b) Verformung, (c) Dehnungsverteilung, (d) Normalspannungsverteilung, (e) Querschnitt

Da nur stabförmige Bauteile Gegenstand der Betrachtung sind, kann der Einfluss der Normalspannungen σ_y, σ_z quer zur Stabachse vernachlässigt werden.

Lasteinleitung. Alle Lasten wirken in einer Ebene (Lastebene) senkrecht zur Stabachse und werden über die gesamte Querschnittshöhe verteilt und unendlich langsam (statisch) eingeleitet. Das bedeutet z. B., dass lokale Spannungen der Lasteinleitung (örtliche Pressungen) nicht berücksichtigt werden (Abgrenzung zu *D*-Bereichen).

Kleine Verformungen. Es werden kleine Verformungen gegenüber den Querschnittsabmessungen b, h vorausgesetzt. Das heißt, alle Beziehungen dürfen am unverformten System aufgestellt werden. Damit kann bei reiner (querkraftfreier) Biegung eines geraden Stabes mit konstantem Querschnitt die Biegelinie w mit einem Kreisbogen des Radius r angenähert werden, Bild 7.3b. Die Krümmung w'' der Biegelinie (zweite Ableitung) entspricht dann dem Kehrwert des Krümmungsradius r :

$$w'' \cong \frac{1}{r} \quad (7.3)$$

Ebenbleiben der Querschnitte. Es wird von einem linearen Zusammenhang zwischen der Krümmung $1/r$ und den elastischen Dehnungen ε ausgegangen, d. h. die Dehnungen wachsen mit zunehmender Entfernung von der Nulllinie linear an, Bild 7.3c.

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{x,c}}{z_c} = \frac{\varepsilon_{x,t}}{z_t} \quad (7.4)$$

$\varepsilon_{x,c}$	Dehnung der Randfaser in der Druckzone
$\varepsilon_{x,t}$	Dehnung der Randfaser in der Zugzone
z_c	Abstand der Randfaser in der Druckzone von der Nulllinie
z_t	Abstand der Randfaser in der Zugzone von der Nulllinie

Damit wird unterstellt, dass die Querschnitte, die vor der Verformung eben waren, dies auch nach der Verformung sind (Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte nach *Bernoulli*). Gleichzeitig wird angenommen, dass beim Auftreten von Schubspannungen, die Schubverzerrungen keinen Einfluss auf das Ebenbleiben der Querschnitte haben.

Elastisches Materialverhalten. Es wird ein linearer Zusammenhang zwischen Spannungen σ_x und Dehnungen ε_x vorausgesetzt, d. h. es wird elastisches Materialverhalten unterstellt (*Hookesches Gesetz*).

$$\sigma_x = \varepsilon_x \cdot E \quad (7.5)$$

Das bedeutet, dass nicht nur die Dehnungen, sondern auch die Spannungen über die Querschnittshöhe linear verteilt sind:

$$\sigma_x = \sigma_{x,t} \cdot \frac{z}{z_t} \quad (7.6)$$

Unter diesen Annahmen kann die Spannungsformel für reine Biegung um die y -Achse hergeleitet werden, ohne dass an dieser Stelle alle Zwischenschritte angegeben werden:

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} \cdot z \quad (7.7)$$

M_y	einwirkendes Moment um die y -Achse
I_y	Trägheitsmoment des Querschnitts um die y -Achse
z	Abstand der betrachteten Faser von der Nulllinie in z -Richtung

Die (Spannungs-)Nulllinie, d. h. die neutrale Faser mit $\sigma_x = 0$, verläuft durch den Schwerpunkt des Querschnitts ($z = 0$) parallel zur Drehachse des einwirkenden Momentes, Bild 7.3b.

Für Biegung um die z -Achse kann entsprechend vorgegangen werden. Besonders zu beachten ist das negative Vorzeichen in Gl. (7.8), das sich aufgrund der Vorzeichenregelung ergibt.

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z} \cdot y \quad (7.8)$$

M_z	einwirkendes Moment um die z -Achse
I_z	Trägheitsmoment des Querschnitts um die z -Achse
y	Abstand der betrachteten Faser von der Nulllinie in y -Richtung

7.2.2.2 Einachsige Biegung mit Normalkraft

Beim gleichzeitigen Auftreten von Biegemomenten und Normalkräften, $M_y + N$ oder $M_z + N$, sind die Normalspannungen σ_x aus beiden Anteilen zu überlagern, Bild 7.4a. Die Nulllinie (NL) verläuft in diesen Fällen nicht mehr durch den Schwerpunkt. Die Spannung im Schwerpunkt beträgt $\sigma_x = N/A$, vgl. auch Bsp. 7-3.

Biegung mit Normalkraft setzt nicht unbedingt das Einwirken äußerer Biegemomente voraus, sondern kann auch beim alleinigen Wirken von Normalkräften auftreten, wenn diese nicht im Schwerpunkt des Querschnittes, sondern außermittig angreifen, Bild 7.4b. Durch den Versatz von Angriffsort und Querschnittsschwerpunkt entsteht ein Hebelarm e . Die um den Hebelarm e versetzt angreifende Normalkraft liefert ein sog. *Versatzmoment* $M_e = N \cdot e$ (auch *Exzentrizitätsmoment* genannt). Die außermittige Normalkraft stellt somit eine Überlagerung von mittlerer Normalkraft (Bild 7.4c) und Biegung infolge des Versatzmoments (Bild 7.4d) dar.

7.2.2.3 Zweiachsige Biegung mit Normalkraft

Wird ein Querschnitt gleichzeitig durch Biegemomente M_y, M_z um beide Hauptachsen beansprucht, so spricht man von zweiachsiger Biegung, die auch als *Doppelbiegung* bezeichnet wird. Umgangssprachlich wird auch der Begriff *schiefe Biegung* verwendet, da das aus M_y und M_z resultierende Biegemoment um eine zum Querschnitt geneigte Achse angreift, Bild 7.5.

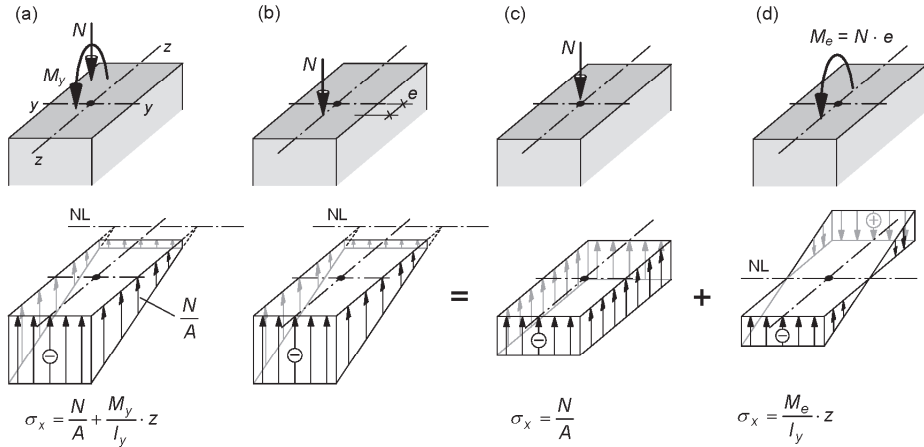


Bild 7.4 (a) Biegung mit Normalkraft, (b) außermittige Normalkraft, (c) mittige Normalkraft, (d) Versatzmoment

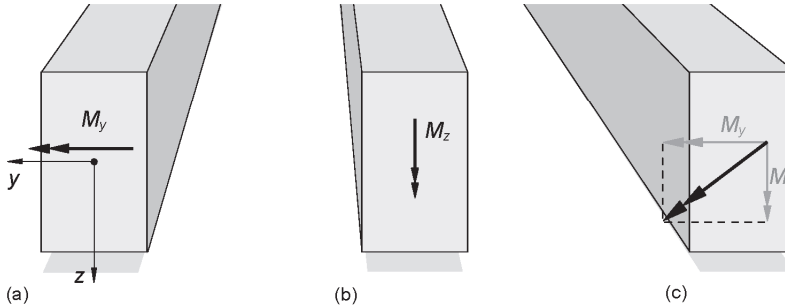


Bild 7.5 (a) Einachsige Biegung M_y , (b) einachsige Biegung M_z , (c) zweiachsige Biegung (schiefe Biegung)

Zweiachsige Biegung kann auch durch ein einzelnes Biegemoment hervorgerufen werden, wenn die Wirkungsebene dieses Moments nicht mit einer Hauptachse des Querschnitts zusammenfällt, vgl. Bsp. 7-4.

Für *unsymmetrische* Querschnitte können die Normalspannungen σ_x aus zweiachsiger Biegung mit Normalkraft bei Wahl eines beliebigen orthogonalen Koordinatensystems über folgende Beziehung ermittelt werden [149]:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{(I_z \cdot z - I_{yz} \cdot y) \cdot M_y - (I_y \cdot y - I_{yz} \cdot z) \cdot M_z}{I_y \cdot I_z - I_{yz}^2} \tag{7.9}$$

- A Querschnittsfläche
- I_y, I_z Flächenträgheitsmomente
- I_{yz} Flächenzentrifugalmoment
- M_y, M_z einwirkende Momente
- N einwirkende Normalkraft
- y, z Abstände der betrachteten Faser zum Schwerpunkt

Bei der Anwendung von Gl. (7.9) ist unbedingt die Vorzeichenvereinbarung nach Bild 6.2 zu beachten. Durch Nullsetzen von Gl. (7.9) ($\sigma_x = 0$) ergibt sich die Bestimmungsgleichung der Nulllinie:

$$z = \frac{I_y \cdot M_z + I_{yz} \cdot M_y}{I_z \cdot M_y + I_{yz} \cdot M_z} \cdot y - \frac{N}{A} \cdot \frac{I_y \cdot I_z - I_{yz}^2}{I_z \cdot M_y + I_{yz} \cdot M_z} \quad (7.10)$$

Für *einfach-* und *doppelsymmetrische Querschnitte* vereinfacht sich die Spannungsformel (Gl. (7.9)), da die üblicherweise gewählten Koordinatenachsen gleichzeitig Hauptachsen des Querschnitts sind und in diesem Fall $I_{yz} = 0$ wird:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z} \quad (7.11)$$

Die Nulllinie hat dann folgende Bestimmungsgleichung:

$$z = \frac{M_z}{M_y} \cdot \frac{I_y}{I_z} \cdot y - \frac{N}{A} \cdot \frac{I_y}{M_y} \quad (7.12)$$

Gl. (7.11) und Gl. (7.12) können grundsätzlich auch für unsymmetrische Querschnitte angewandt werden, wenn die einwirkenden Momente in Richtung der Hauptachsen zerlegt werden, vgl. Bsp. 7-4.

Für die praktische Bemessung interessieren oftmals nur die maximalen Spannungen im Querschnitt, die typischerweise in den Randfasern auftreten und die betragsmäßig größten Abstände y bzw. z zum Schwerpunkt aufweisen. Aus diesem Grund werden in Gl. (7.11) die Größen I_y/z und I_z/y für die Randfasern zu den sog. *Widerstandsmomenten* W_y und W_z zusammengefasst. Hierbei ist zu beachten, dass die Widerstandsmomente im Gegensatz zu den Flächenträgheitsmomenten I_y, I_z vorzeichenbehaftet sind. Damit vereinfacht sich Gl. (7.11) für die bemessungsrelevanten Randfasern zu:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W_y} \pm \frac{M_z}{W_z} \quad (7.13)$$

W_y Widerstandsmoment für Biegung um y -Achse
 W_z Widerstandsmoment für Biegung um z -Achse

7.2.2.4 Kräftepaaranalogie

Bei hohen, dünnwandigen, symmetrischen I-Querschnitten mit schlanken Stegen wird das Biegemoment M_y vorrangig durch die Gurte abgetragen. Daher werden gelegentlich I-Querschnitte gedanklich als *Zweipunktquerschnitt* betrachtet, Bilder 7.6a und b. Bei diesem Modell denkt man sich die Gurtflächen A_{Gurt} jeweils in den Schwerpunkten der Gurte punktförmig konzentriert. Die Stegfläche wird vernachlässigt. Damit berechnen sich die Querschnittswerte des Zweipunktquerschnitts zu:

$$A = 2 \cdot A_{Gurt} \quad (7.14)$$

$$I_y = 2 \cdot A_{Gurt} \cdot \left(\frac{z}{2}\right)^2 = A_{Gurt} \cdot \frac{z^2}{2} \quad (7.15)$$

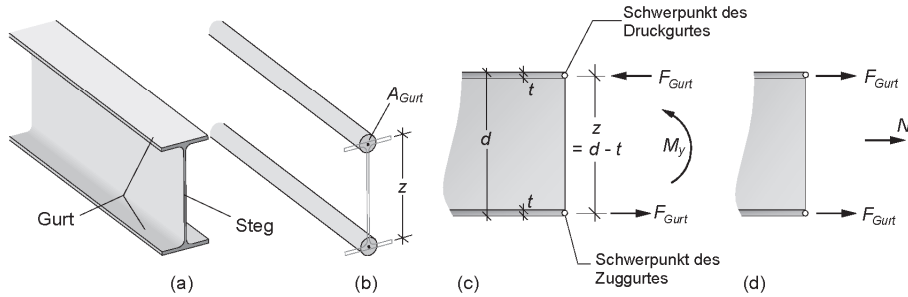


Bild 7.6 (a) I-Querschnitt mit schlankem Steg, (b) Idealisierung als Zweipunktquerschnitt, Gurtkräfte aus (c) reiner Biegung und (d) mittlerer Normalkraft

Die mittleren Spannungen σ_x in den Gurten lassen sich dann bestimmen zu:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{I_y} \cdot \frac{z}{2} = \frac{N}{2 \cdot A_{Gurt}} \pm \frac{M_y}{z \cdot A_{Gurt}} \quad (7.16)$$

Durch Einführung von F_{Gurt} als die auf jeden Gurt entfallende resultierende Kraft nach den Bildern 7.6c und d

$$F_{Gurt} = \frac{N}{2} \pm \frac{M_y}{z} \quad (7.17)$$

vereinfacht sich die Spannungsermittlung nach Gl. (7.16) zu:

$$\sigma_x = \frac{F_{Gurt}}{A_{Gurt}} \quad (7.18)$$

Aus der Berechnung der Gurtkraft F_{Gurt} wird deutlich, dass das Moment M_y in ein Kräftepaar aufgelöst wird (Bild 7.6c) und sich die Normalkraft N gleichmäßig auf beide Gurte verteilt, Bild 7.6d. Die Kräfte weisen den Abstand z auf, der als *innerer Hebelarm* bezeichnet wird.

In Bild 7.6c und d addieren sich die Gurtkräfte aus Normalkraft und Biegung für den Untergurt, währenddessen sich die Kräfte für den Obergurt teilweise aufheben. Folglich ist der Untergurt unter der dargestellten Belastung stärker beansprucht als der Obergurt.

Die Spannungsermittlung am Zweipunktquerschnitt ist konservativ, da der Lastabtrag durch den Steg des I-Querschnitts vernachlässigt wird.

Beispiel 7-3 Einachsige Biegung mit Normalkraft

Ein I-Querschnitt HE 260 A aus Stahl wird durch eine Normalkraft von $N = 500 \text{ kN}$ (Zugkraft) und ein Biegemoment von $M_y = 100 \text{ kNm}$ beansprucht. Es ist die maximale Spannung im Querschnitt infolge der kombinierten Beanspruchung zu ermitteln.

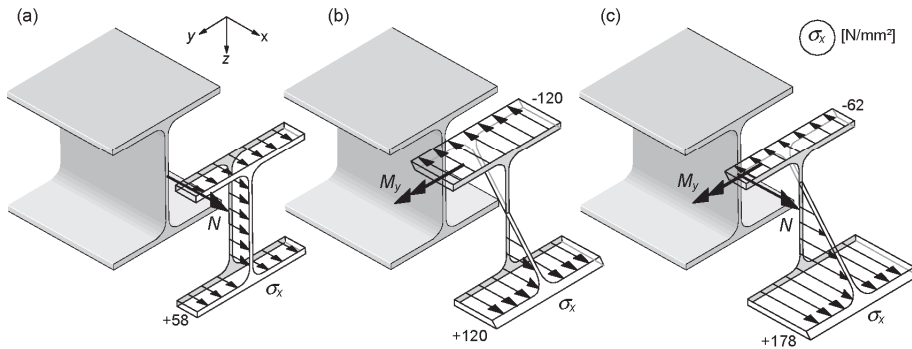


Bild 7.7 Spannungsverteilung infolge (a) mittiger Normalkraft N , (b) reiner Biegung M_y und (c) kombinierter Beanspruchung

1. Querschnittswerte

Aus Tab. A2 können die Querschnittsabmessungen und die wichtigsten Querschnittskennwerte entnommen werden: Querschnittsfläche $A = 86,8 \text{ cm}^2$, Widerstandsmoment $W_y = 836 \text{ cm}^3$

2. Spannungsermittlung

Die Spannungsermittlung erfolgt nach Gl. (7.13).

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W_y} = \frac{500 \text{ kN}}{86,8 \text{ cm}^2} \pm \frac{10\,000 \text{ kNcm}}{836 \text{ cm}^3} \\ &= 5,8 \pm 12,0 \text{ kN/cm}^2 \\ &= 58 \pm 120 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

Die Normalspannungen aus Normalkraft sind gleichmäßig über den Querschnitt mit $\sigma_x = 58 \text{ N/mm}^2$ verteilt, Bild 7.7a. Das Biegemoment M_y liefert einen über die Querschnittshöhe linear veränderlichen Spannungsverlauf mit maximalen Randspannungen $\sigma_{x,max} = \pm 120 \text{ N/mm}^2$, Bild 7.7b.

3. Maximale Randspannung

Um die maximale Spannung im Querschnitt aus der kombinierten Beanspruchung zu erhalten, sind die Normalspannung aus Normalkraft und die Randspannung aus Biegung mit gleichem Vorzeichen zu überlagern, Bild 7.7c.

$$\sigma_{x,max} = 58 + 120 \text{ N/mm}^2 = 178 \text{ N/mm}^2$$

7.2.3 Biegung gekrümmter Bauteile mit/ohne Normalkraft

Stark gekrümmte Bauteile treten vorrangig im Maschinenbau, z. B. in Form von Kranhaken, auf, Bild 7.9a. Aber auch im Bauwesen kommen gelegentlich – wenn auch minder stark – gekrümmte Bauteile zum Einsatz, Bild 7.9b. Die Größe der Krümmung $1/r$ wird durch den Krümmungsradius r beschrieben. Schwache Krümmungen haben einen großen Krümmungsradius. Für $r \rightarrow \infty$ geht das gekrümmte Bauteil in ein Bauteil mit gerader Längsachse über.

Prinzipiell unterscheiden sich ein gerades und ein gekrümmtes Bauteil nur in unterschiedlichen Längsfaserlängen an der Innen- und Außenseite im unbelasteten Zustand. Im Folgenden soll ein infinitesimal kleiner Abschnitt eines geraden und eines gekrümmten Bauteils miteinander verglichen werden, Bilder 7.9c und d. Unterstellt man, dass beim gekrümmten Bauteil infolge reiner Biegung wie beim geraden Bauteil die Längenänderungen der inneren und äußeren Faser unter Belastung gleichen Betrags sind, $|\Delta dl_i| = |\Delta dl_a|$ (Ebenbleiben der Querschnitte), ergeben sich aufgrund der unterschiedlichen Ausgangslängen der inneren Faser dl_i und äußeren Faser dl_a unterschiedliche Randdehnungen ε_a und ε_i :

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta dl_i}{dl_i} > \frac{\Delta dl_a}{dl_a} = \varepsilon_a \quad (7.19)$$

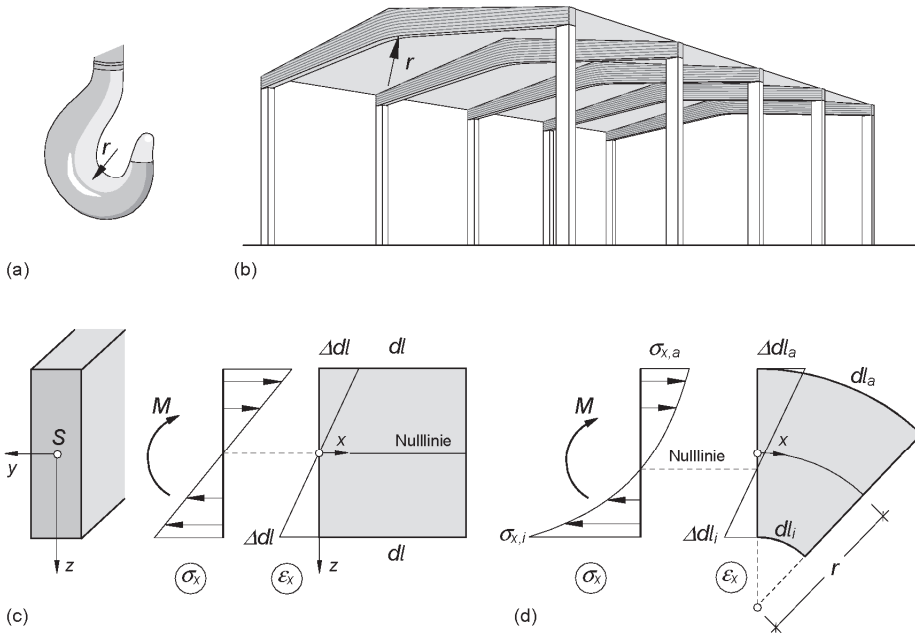


Bild 7.9 (a) Kranhaken, (b) gekrümmter Brettschichtholzbinde einer Hallenkonstruktion, Spannungen und Dehnungen (c) eines geraden Bauteils und (d) eines gekrümmten Bauteils

Aus den unterschiedlichen Randdehnungen folgen mit $\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$ unterschiedliche Spannungen. Die Spannungen an den inneren Fasern sind größer als beim geraden Bauteil; die äußeren Fasern erfahren geringere Spannungen.

$$|\sigma_{x,i}| > |\sigma_{x,a}| \tag{7.20}$$

Der Spannungsverlauf zwischen den unterschiedlichen Randspannungen kann zwangsläufig nicht mehr linear sein, um bei reiner Biegung ein Gleichgewicht zwischen den Spannungsergebnissen in der Druck- und Zugzone zu gewährleisten. Das bedeutet, dass sich bei reiner Biegung des gekrümmten Bauteils, die Nulllinie aus dem Schwerpunkt in Richtung des Krümmungsmittelpunkts verschiebt.

Die Spannungen für Biegung mit Normalkraft bezogen auf das Hauptachsensystem des Querschnitts berechnen sich zu [149]:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_y}{r \cdot A} + \frac{M_y \cdot z}{\Theta} \cdot \frac{r}{r - z} \tag{7.21}$$

- r Krümmungsradius der Schwerachse des gesamten Querschnitts
- z Abstand der betrachteten Faser vom Querschnittsschwerpunkt S
- Θ Flächenintegral $\Theta = r^2 \cdot \int_A \frac{z}{r - z} dA$

Für den Grenzfall des geraden Bauteils ($r \rightarrow \infty$) nimmt das Flächenintegral Θ die Form des Flächenträgheitsmomentes I_y an: $\Theta = I_y = \int_A z^2 dA$. Die Normalspannungen aus Biegung berechnen sich dann wie nach Gl. (7.7).

Für Querschnitte, die aus Rechtecken zusammengesetzt sind, vereinfacht sich die Berechnung des Flächenintegrals Θ wie folgt. Bsp. 7-5 verdeutlicht das Vorgehen.

$$\Theta = r^3 \cdot \sum_{i=1}^n b_i \cdot \ln \frac{r_{o,i}}{r_{u,i}} - r^2 \cdot A \tag{7.22}$$

- n Anzahl der Querschnittsteile
- $r_{o,i}$ Krümmungsradius der oberen Randfaser des i -ten Querschnittsteils
- $r_{u,i}$ Krümmungsradius der unteren Randfaser des i -ten Querschnittsteils
- b_i Querschnittsbreite des i -ten Querschnittsteils
- r Krümmungsradius der Schwerachse des gesamten Querschnitts
- A Fläche des gesamten Querschnitts

7.2.4 Ausfall der Druckzone

Bei dünnwandigen Querschnitten können durch Druckspannungen σ_x infolge von Biegung und/oder Normalkräften gedrückte Querschnittsteile durch Beulerscheinungen statisch unwirksam werden. Bei der Querschnittsbemessung sind solche Erscheinungen durch das Einhalten bestimmter Schlankheitsgrenzen der gedrückten Querschnittsteile (c/t -Verhältnisse) auszuschließen. Siehe die Erläuterungen in Abs. 6.4.2.

Beispiel 7-5 Normalspannungen bei gekrümmten Bauteilen

Ein gekrümmtes Bauteil ($r = 1 \text{ m}$) mit T-Querschnitt wird durch ein Moment $M_y = -50 \text{ kNm}$ beansprucht. Die Randspannungen sind zu ermitteln.

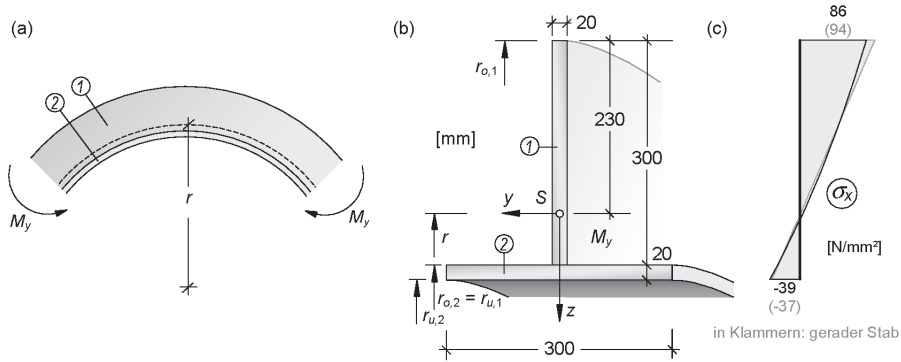


Bild 7.10 (a) Gekrümmtes Bauteil, (b) Querschnittsabmessungen, (c) Spannungsverteilung

1. Ermittlung der Querschnittswerte

Da der Querschnitt nur aus Rechtecken besteht, kann das Flächenintegral Θ mit Gl. (7.22) ermittelt werden.

Tabelle 7.1 Beiwerte

i	b [m]	h [m]	r_o [m]	r_u [m]	$b \cdot \ln \frac{r_o}{r_u}$ [m]
1	0,02	0,30	1,23	0,93	0,005592
2	0,30	0,02	0,93	0,91	0,006522
$\Sigma =$					0,012114

$$A = 2 \cdot 0,02 \text{ m} \cdot 0,30 \text{ m} = 0,012 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \Theta &= (1 \text{ m})^3 \cdot 0,012114 \text{ m} - (1 \text{ m})^2 \cdot 0,012 \text{ m}^2 \\ &= 1,140 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4 \end{aligned}$$

2. Ermittlung der Spannungen, vgl. Gl. (7.21)

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{M_y}{r \cdot A} + \frac{M_y \cdot z}{\Theta} \cdot \frac{r}{r - z} \\ \sigma_{x,a} &= -\frac{-50 \text{ kNm}}{1 \text{ m} \cdot 0,012 \text{ m}^2} + \frac{-50 \text{ kNm} \cdot (-0,23 \text{ m})}{1,140 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ m} + 0,23 \text{ m}} \\ &= 86181 \text{ kN/m}^2 = 86 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{x,i} &= -\frac{-50 \text{ kNm}}{1 \text{ m} \cdot 0,012 \text{ m}^2} + \frac{-50 \text{ kNm} \cdot 0,09 \text{ m}}{1,140 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ m} - 0,09 \text{ m}} \\ &= -39211 \text{ kN/m}^2 = -39 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

7.2.5 Ausfall der Zugzone

Einige Baustoffe weisen zwar eine hohe Druckfestigkeit auf, können aber nur geringen Zugspannungen widerstehen. Hierzu zählen beispielsweise Beton und Mauerwerk. Bauteile aus diesen Baustoffen können im Wesentlichen nur Lasten durch Druckspannungen im Querschnitt abtragen. Treten in den Querschnitten solcher Bauteile Zugspannungen auf, dann versagen die betroffenen Querschnittsbereiche; es bildet sich eine sog. *klaffende Fuge* aus. Man spricht auch vom Ausfall der Zugzone. Bauteile aus solchen Baustoffen können aus diesem Grund Biegung nur in Verbindung mit einer Drucknormalkraft aufnehmen.

In den Bildern 7.11a bis e ist ein Bauteil mit hoher Zugfestigkeit und in den Bildern 7.11f bis j mit vernachlässigbarer Zugfestigkeit dargestellt. Unter mittlerer Drucknormalkraft N weisen beide Bauteile im Auflagerquerschnitt die gleiche gleichförmige Spannungsverteilung auf. Die Nulllinie liegt im Unendlichen, Bilder 7.11b, g.

Wird der Angriffspunkt der Drucknormalkraft N aus dem Schwerpunkt S heraus verschoben, führt dies zu einer linear veränderlichen Spannungsverteilung σ_x für beide Querschnitte. Besitzt die Drucknormalkraft N die Ausmitte k_1 , dann erreicht

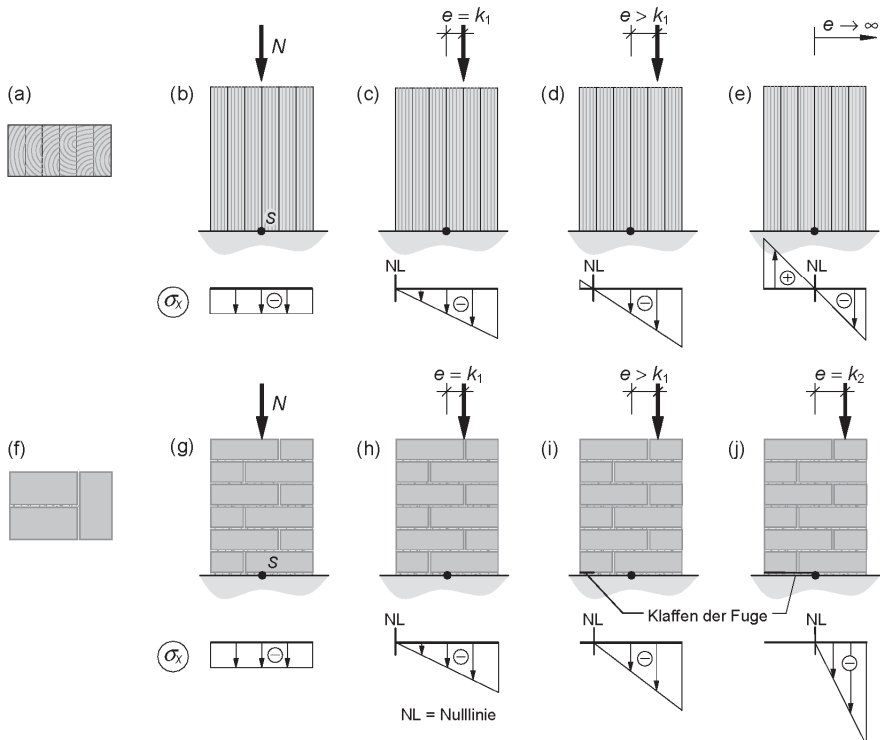


Bild 7.11 Beanspruchung durch Drucknormalkraft: (a) Bauteil mit Zugfestigkeit, (b-e) Spannungsverteilungen, (f) Bauteil ohne Zugfestigkeit, (g-j) Spannungsverteilungen

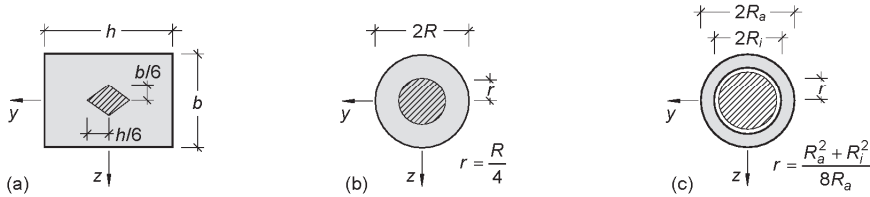


Bild 7.12 Beispiel für die 1. Kernfläche: (a) Rechteckquerschnitt, (b) Kreisquerschnitt, (c) Kreisringquerschnitt

die Nulllinie gerade die Außenfasern des jeweiligen Querschnitts, Bilder 7.11c und h. Beide Querschnitte sind noch vollständig überdrückt.

Bei einer weiteren Steigerung der Ausmitte über k_1 hinaus, werden in beiden Querschnitten Zugspannungen geweckt. Der Querschnitt in Bild 7.11d kann diese Biegezugspannungen aufgrund seiner Zugfestigkeit ertragen, währenddessen der Querschnitt in Bild 7.11i im Bereich der Zugspannungen versagt. Der verbleibende gedrückte Querschnitt steht nach wie vor für die Lastabtragung bei der Querschnittsbemessung zur Verfügung und erfährt Druckspannungen, deren Beträge aus Gleichgewichtsgründen größer als die in Bild 7.11d sein müssen.

Mit zunehmender Ausmitte der Drucknormalkraft N reißt der Querschnitt in Bild 7.11j immer weiter auf. Nimmt schließlich die Ausmitte den Wert k_2 an, so ist die klaffende Fuge bis zum Schwerpunkt S des Querschnitts vorangeschritten.

Definition der Kernweite. Die Ausmitte k_1 wird als Rand des 1. Kerns (auch 1. Kernfläche genannt) oder als 1. Kernweite des Querschnitts bezeichnet. Der 1. Kern eines Querschnitts fasst alle Angriffspunkte der Normalkraft N zusammen, die nur zu Druckspannungen über den Querschnitt und damit zu keiner klaffenden Fuge führen, Bild 7.11h.

Die Ausmitte k_2 kennzeichnet den Rand der 2. Kernfläche oder die 2. Kernweite. Greifen Lasten innerhalb der 2. Kernfläche an, dann führen sie zwar zu einem Ausfall der Zugzone und in der Folge zu einer klaffenden Fuge, jedoch reicht die Fuge nur maximal bis zum Schwerpunkt des Querschnitts, Bild 7.11j.

Ermittlung der Kernflächen. Die Kernflächen können sowohl rechnerisch als auch graphisch hergeleitet werden. Folgende Grundsätze gelten, vgl. Bild 7.12:

- Die Form der Kernfläche hängt von der Querschnittsform ab.
- Zu jeder Begrenzungsgeraden der Kernfläche gehört ein entsprechender Eckpunkt des Querschnittes und umgekehrt. Einspringende Ecken haben im Querschnitt keinen Einfluss auf die Kernfläche.
- Ein symmetrischer Querschnitt hat auch eine symmetrische Kernfläche.

Spannungsermittlung. Die Ermittlung der Spannungen σ_x bei ausfallender Zugzone bedarf i. A. einer iterativen Vorgehensweise. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Zugzone vollkommen ausfällt (d. h. z. B. keine Bewehrung bei Betonquerschnitten) und dass für das Materialverhalten im Restquerschnitt das Hookesche Gesetz gilt. In Bsp. 7-6 wird das iterative Vorgehen exemplarisch demonstriert. Es ist her-

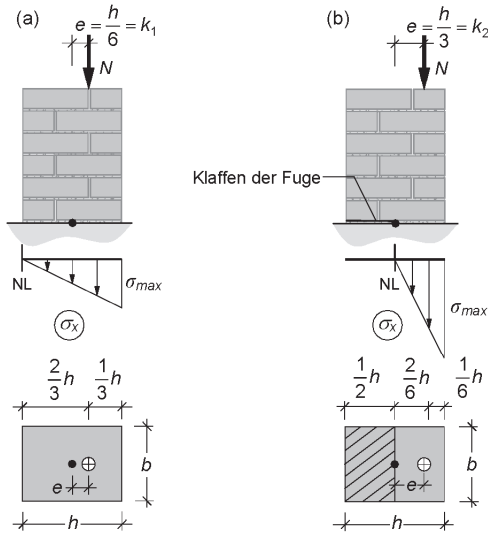


Bild 7.13 Rechteckquerschnitt mit außermittiger Drucknormalkraft auf der (a) 1. Kernweite und (b) 2. Kernweite

vorzuheben, dass bei ausfallender Zugzone (nicht-lineares Materialverhalten) das Superpositions-gesetz seine Gültigkeit verliert. Das heißt, die Spannungen einzelner Lastfälle, die zum Ausfall der Zugzone führen, dürfen nicht überlagert werden.

Rechteckquerschnitt. Eine explizite Lösung – anstelle eines iterativen Vorgehens – für die Spannungsermittlung bei Ausfall der Zugzone gelingt nur für ausgewählte einfache Querschnitte wie dem Rechteckquerschnitt, Bild 7.13a. Für einen Angriffspunkt der Normalkraft N direkt auf dem Rand des 1. Kerns eines Rechteckquerschnitts ist eine dreieckförmige Spannungsverteilung charakteristisch. Aus Gleichgewichtsgründen muss die Resultierende der Druckspannungsverteilung (Druckspannungsdreieck) mit der äußeren Normalkraft im Gleichgewicht stehen. Die Resultierende greift bekannterweise im Dreiteilspunkt der Dreiecksverteilung an. In Bezug auf den Schwerpunkt entspricht dies einer Ausmitte von $h/6$. Damit gilt für die 1. Kernweite des Rechteckquerschnitts: $k_1 = h/6$.

Das Vorgehen zur Ermittlung der 2. Kernweite eines Rechteckquerschnitt gestaltet sich analog, Bild 7.13b. Die 2. Kernweite des Rechteckquerschnitt ergibt sich zu $k_2 = h/3$. Die maximalen Randspannungen bei Lastangriff von N innerhalb der 2. Kernfläche ermitteln sich zu:

$$\sigma_{max} = \frac{2 \cdot N}{3 \cdot (h/2 - e) \cdot b} \quad (7.23)$$

Für einen Lastangriff zwischen der 1. und 2. Kernweite ($h/6 \leq e \leq h/3$) ergibt sich die Länge der überdrückten Querschnittshöhe h_c zu:

$$h_c = 3 \cdot \left(\frac{h}{2} - e \right) \quad (7.24)$$

Für den Fall des Rechteckquerschnitts mit einer außermittigen Normalkraft, die zu zweiachsiger Biegung führt, stehen Bemessungshilfen zur Verfügung, Tab. 7.2.

Tabelle 7.2 Rechteckquerschnitt mit außermittiger Drucknormalkraft N bei Versagen der Zugzone [149]



Bei Lastangriff einer Normalkraft im Punkt D ergibt sich als größte Normalspannung:

$$\sigma_x = \frac{N}{4 \cdot \xi_D \cdot \eta_D} \cdot \psi$$

ψ	ξ_D/b																D liegt innerhalb der 1. Kernweite	
	0,0..0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38	0,40	0,42	0,44	0,46		0,48
η_D/h	0,0..0,16	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,498	1,494	1,487	1,478	1,467	1,453	1,437	1,420	1,402	1,381	1,358	1,333
	0,18	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,498	1,494	1,487	1,478	1,467	1,453	1,437	1,420	1,402	1,381	1,358	1,333
	0,20	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,498	1,494	1,487	1,478	1,467	1,453	1,437	1,420	1,402	1,381	1,358	1,333
	0,22	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,498	1,494	1,487	1,478	1,467	1,453	1,437	1,420	1,402	1,381	1,358	1,333
	0,24	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,498	1,494	1,487	1,478	1,467	1,453	1,437	1,420	1,402	1,381	1,358	1,333
	0,26	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,498	1,494	1,487	1,478	1,466	1,453	1,437	1,420	1,402	1,381	1,358	1,333
	0,28	1,498	1,498	1,498	1,498	1,498	1,497	1,493	1,486	1,477	1,466	1,453	1,437	1,420	1,402	1,381	1,358	1,333
	0,30	1,494	1,494	1,494	1,494	1,494	1,493	1,489	1,483	1,475	1,464	1,451	1,437	1,420	1,401	1,381	1,358	1,333
	0,32	1,487	1,487	1,487	1,487	1,487	1,486	1,483	1,478	1,470	1,460	1,449	1,435	1,419	1,401	1,381	1,358	1,333
	0,34	1,478	1,478	1,478	1,478	1,478	1,477	1,475	1,470	1,464	1,455	1,444	1,432	1,417	1,400	1,380	1,358	1,333
0,36	1,467	1,467	1,467	1,467	1,467	1,466	1,464	1,460	1,455	1,448	1,438	1,427	1,413	1,397	1,378	1,355	1,325	
0,38	1,453	1,453	1,453	1,453	1,453	1,453	1,451	1,449	1,444	1,438	1,430	1,420	1,407	1,391	1,370	1,342	1,307	
0,40	1,437	1,437	1,437	1,437	1,437	1,437	1,437	1,437	1,435	1,432	1,427	1,420	1,411	1,398	1,380	1,354	1,321	1,280
0,42	1,420	1,420	1,420	1,420	1,420	1,420	1,420	1,420	1,419	1,417	1,413	1,407	1,398	1,383	1,360	1,329	1,290	1,243
0,44	1,402	1,402	1,402	1,402	1,402	1,402	1,401	1,401	1,401	1,400	1,397	1,391	1,380	1,360	1,332	1,295	1,250	1,197
0,46	1,381	1,381	1,381	1,381	1,381	1,381	1,381	1,381	1,380	1,380	1,378	1,370	1,354	1,329	1,295	1,253	1,201	1,141
0,48	1,358	1,358	1,358	1,358	1,358	1,358	1,358	1,358	1,358	1,358	1,355	1,342	1,321	1,290	1,250	1,201	1,143	1,075
0,50	1,333	1,333	1,333	1,333	1,333	1,333	1,333	1,333	1,333	1,333	1,325	1,307	1,280	1,243	1,197	1,141	1,075	1,000
D liegt außerhalb der 2. Kernweite	D liegt zwischen 1. und 2. Kernweite																D liegt innerhalb der 1. Kernweite	

Beispiel 7-6 Normalspannungen bei versagender Zugzone

Die Normalspannungsverteilung für einen einfachsymmetrischen Querschnitt eines Mauerwerkspfeilers mit außermittiger Normalkraft (Lastangriff auf der Symmetrieachse) soll iterativ ermittelt werden, Bild 7.14a.

Schritt 1: Schätzen des Abstandes $z_{D,geschätzt}$ der Nulllinie vom Lastangriffspunkt, vgl. Bild 7.14b.

Schritt 2: Berechnen des statischen Momentes S_y und des Trägheitsmomentes I_y der zur geschätzten Nulllinie gehörenden Druckzone

Schritt 3: Ermittlung der rechnerischen Nulllinie: $z_{D,rechn} = I_y/S_y$

Schritt 4: Vergleich des Schätz- und Rechenwertes von z_D , ggf. neue Schätzung.

Tabelle 7.3 Beiwerte

$z_{D,gesch.}$ [cm]	b [cm]	S_y [cm ³]	I_y [cm ⁴]	$z_{D,rechn.}$ [cm]
20,0	8,0	$\frac{8^2 \cdot 24}{2} + 24 \cdot 74 \cdot 20$ = 36 288	$\frac{8^3 \cdot 24}{12} + 8 \cdot 24 \cdot 4^2 + \frac{24^3 \cdot 74}{12} + 24 \cdot 74 \cdot 20^2$ = 799 744	22,0
25,0	13,0	$\frac{13^2 \cdot 24}{2} + 24 \cdot 74 \cdot 25$ = 46 428	$\frac{13^3 \cdot 24}{12} + 13 \cdot 24 \cdot 6,5^2 + \frac{24^3 \cdot 74}{12} + 24 \cdot 74 \cdot 25^2$ = 1 212 824	26,1
32,0	20,0	$\frac{20^2 \cdot 24}{2} + 24 \cdot 74 \cdot 32$ = 61 632	$\frac{20^3 \cdot 24}{12} + 20 \cdot 24 \cdot 10^2 + \frac{24^3 \cdot 74}{12} + 24 \cdot 74 \cdot 32^2$ = 1 967 872	31,9 ≈ 32,0

Damit beträgt der Abstand der am höchsten beanspruchten Faser zur Nulllinie $z_{max} = 44$ cm.

Schritt 5: Berechnen der maximalen Randspannung (Bild 7.14c)

$$\begin{aligned} \max \sigma_x &= N \cdot z_{max} / S_y \\ &= 250 \cdot 44 / 61\,632 = 0,18 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

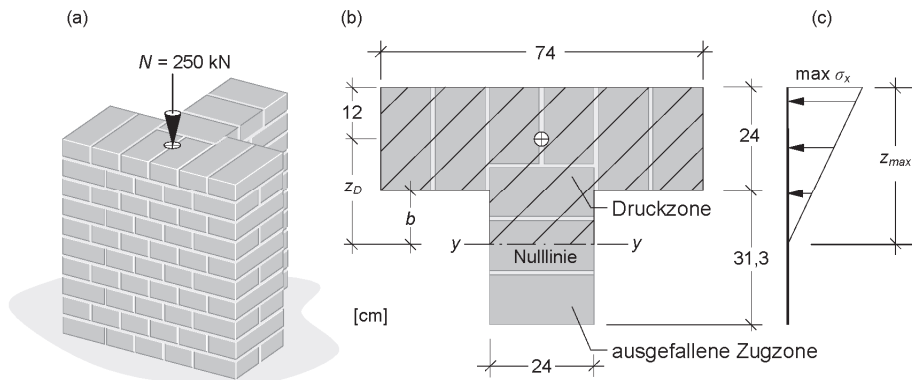


Bild 7.14 (a) Mauerwerkspfeiler mit außermittiger Normalkraft, (b) Querschnitt, (c) Spannungsverteilung

BESTELLFORMULAR

Fax: +49 (0) 30 470 31 - 240

Stück	Bestell-Nr.:	Titel	Preis* in €
	978-3-433-02917-6	Werkstoffübergreifendes Entwerfen und Konstruieren Einwirkung, Widerstand, Tragwerk	59,- Euro
	906559	Gesamtverzeichnis Ernst & Sohn 2012/2013	kostenlos
	bitte ankreuzen	Monatlicher E-Mail-Newsletter	kostenlos

Liefer- und Rechnungsanschrift: privat geschäftlich

Firma			
Ansprechpartner		Telefon	
UST-ID Nr. / VAT-ID No.		Fax	
Straße//Nr.		E-Mail	
Land	PLZ	Ort	

Vertrauensgarantie: Dieser Auftrag kann innerhalb von zwei Wochen beim Verlag Ernst & Sohn, Wiley-VCH, Boschstr. 12, D-69469 Weinheim, schriftlich widerrufen werden.

Wilhelm Ernst & Sohn
Verlag für Architektur und
technische Wissenschaften
GmbH & Co. KG
Rotherstraße 21, 10245 Berlin
Deutschland
www.ernst-und-sohn.de



Datum / Unterschrift

*€-Preise gelten ausschließlich in Deutschland. Alle Preise enthalten die gesetzliche Mehrwertsteuer. Die Lieferung erfolgt zuzüglich Versandkosten. Es gelten die Lieferungs- und Zahlungsbedingungen des Verlages. Irrtum und Änderungen vorbehalten.
Stand: Februar 2013 (homepage_Probekapitel)